

Решение задач ЕГЭ методом координат.

Угол между скрещивающимися прямыми.

Определение. Угол между скрещивающимися прямыми a и b — это угол между пересекающимися прямыми a_0 и b_0 , такими, что $a_0 \parallel a$ и $b_0 \parallel b$.

Координатный метод. Угол между скрещивающимися прямыми — угол между направляющими векторами прямых.

$$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \qquad \overline{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

$$\angle(AB; CD) = \psi \qquad \angle(\overline{AB}; \overline{CD}) = \theta$$

$$\cos \varphi = |\cos \theta| \qquad \cos \theta = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{CD}|}$$

$$\angle \psi = \arccos \theta$$

Угол между прямой и плоскостью.

Определение. Углом между прямой и плоскостью называется угол прямой и ее проекцией на эту плоскость.

Координатный метод. Угол между прямой и плоскостью – это угол между направляющим вектором прямой и вектором нормали.

$Ax + By + Cz + D = 0$ – уравнение плоскости $\vec{n} \{A; B; C\}$ – вектор нормали

α – данная плоскость, AB – данная прямая.

$$\angle(\alpha; AB) = \varphi \qquad \angle(\overline{AB}; \vec{n}) = \theta$$

$$\sin \varphi = |\cos \theta|$$

Угол между плоскостями.

Определение. Угол между плоскостями – двугранный угол.
Угловая величина двугранного угла — это величина линейного угла данного двугранного угла.

Координатный метод. Угол между плоскостями – угол между векторами нормали.

Расстояние от точки до плоскости

Определение. Расстояние от точки до плоскости, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.

Координатный метод.

$$\rho(M; \alpha) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

где $M(x_0; y_0; z_0)$, плоскость α задана уравнение $ax + by + cz + d = 0$.

Тип 13 № 514474

В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $3\sqrt{2}$. На ребрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причём $BK = 4$, $C_1 L = 5$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

- а) Докажите, что прямая AC_1 перпендикулярна плоскости γ .
- б) Найдите расстояние от точки B_1 до плоскости γ .

ПОСТРОЕНИЕ.

- 1. $KK_1 \parallel BD$
- 2. $LL_1 \parallel KK_1$
- 3. KL_1
- 4. LK_1

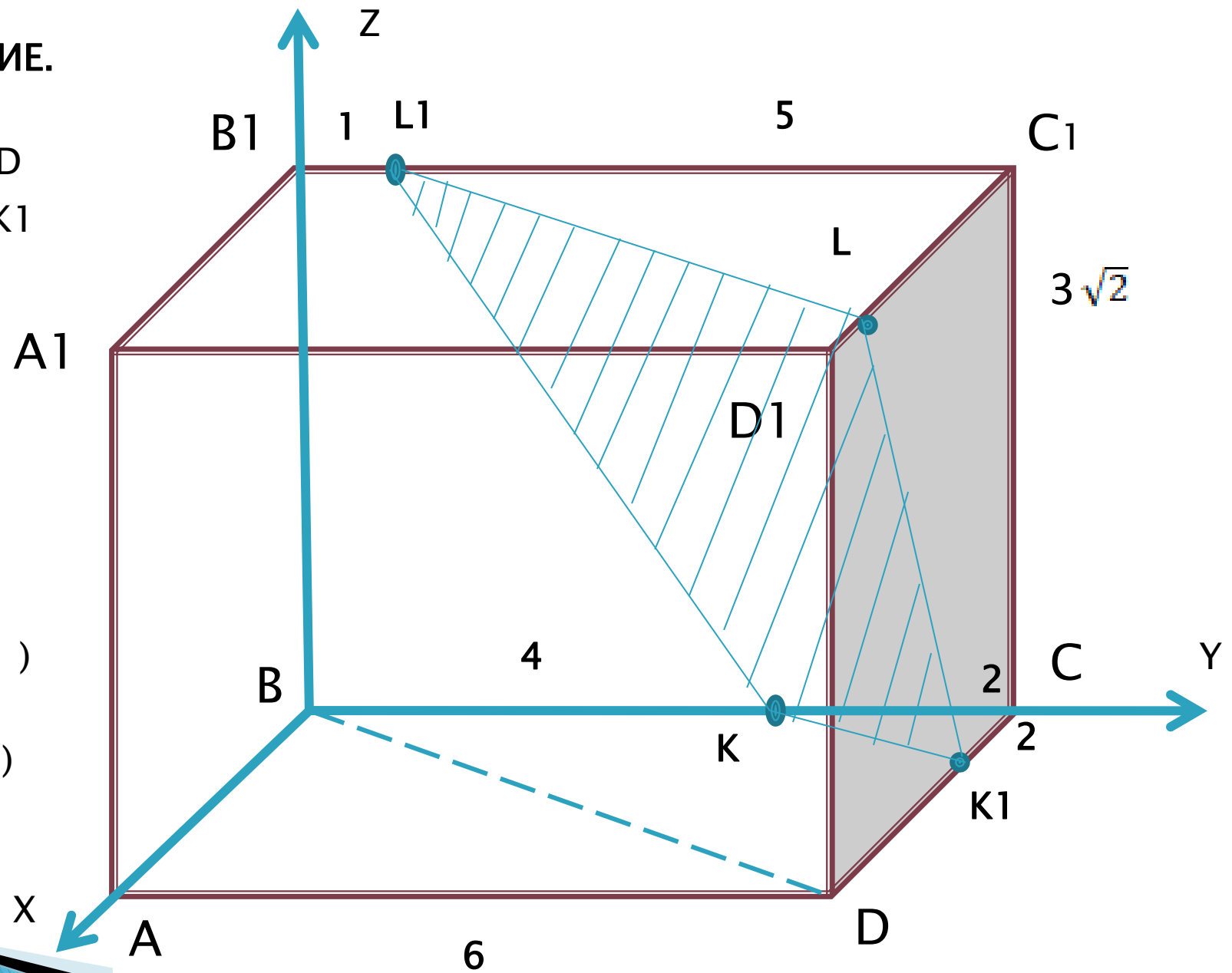
KK_1LL_1 –
искомая
плоскость

$A(6;0;0)$
 $C_1(0;6;3\sqrt{2})$

$L_1(0;1;3\sqrt{2})$

$K(0;4;0)$

$K_1(2;6;0)$



$$a) A(6;0;0) \quad C1(0;6;3\sqrt{2}) \quad \overline{AC1} \{-6; 6; 3\sqrt{2}\} \quad \vec{n} \{-6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; 6\}$$

$$L1(0;1;3\sqrt{2}) \quad K(0;4;0) \quad K1(2;6;0)$$

Составим уравнение плоскости

$$\begin{vmatrix} x & y-4 & z \\ 0 & -3 & 3\sqrt{2} \\ 2 & 5 & -3\sqrt{2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x & y-4 \\ 0 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 9\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}y - 24\sqrt{2} - 15\sqrt{2}x + 6 =$$

$$-6\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}y + 6z - 24\sqrt{2} \quad -6\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}y + 6z - 24\sqrt{2} = 0$$

Первое объяснение.

$$\sin \varphi = |\cos \theta| \quad \sin \varphi = \frac{|36\sqrt{2} + 36\sqrt{2} + 18\sqrt{2}|}{\sqrt{72 + 72 + 36} \cdot \sqrt{36 + 36 + 18}} = \frac{90\sqrt{2}}{\sqrt{180} \cdot 90} = \frac{90\sqrt{2}}{90\sqrt{2}} = 1$$

$\Rightarrow \varphi = 90^\circ \Rightarrow$ вектор $\overline{AC1} \perp (L1 \ K \ K1)$

Второе объяснение.

Векторы \overline{AC} и \vec{n} коллинеарны. Вектор $\vec{n} \perp (L1 \ K \ K1) \Rightarrow$ вектор $\overline{AC1} \perp (L1 \ K \ K1)$

$$6) \quad B(0;0;3\sqrt{2})$$

$$-6\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}y + 6z - 24\sqrt{2} = 0$$

$$\vec{n} \{-6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; 6\}$$

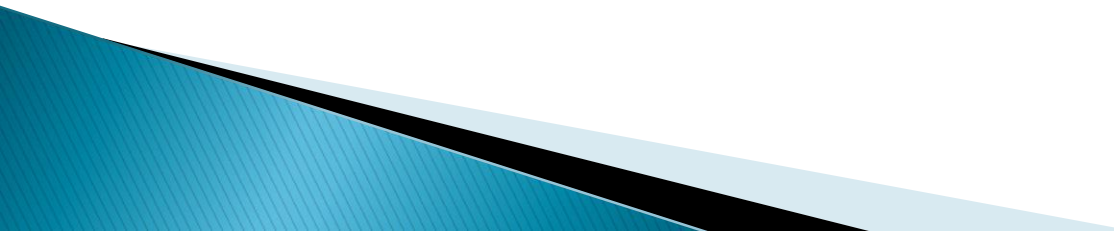
$$\rho = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$\rho(B; (L1KK1)) = \frac{|-6\sqrt{2} \cdot 0 + 6\sqrt{2} \cdot 0 + 6 \cdot 3\sqrt{2} - 24\sqrt{2}|}{\sqrt{180}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

ОТВЕТ: а) вектор $AC1 \perp \gamma$;

б) расстояние от точки $B1$ до плоскости γ равно $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Рефлексия.

1. Все формулы, используемые на уроке, я знаю. **1 балл**
 2. Я могу найти угол между прямой и плоскостью. **1 балл**
 3. Я могу составить уравнение плоскости и найти вектор нормали. **1 балл**
 4. У меня получилось решить всю задачу целиком самостоятельно. **1 балл**
 5. Я получил удовольствие от процесса решения задачи. **1 балл**
- 

Домашнее задание.

№ 555716

На уроке были использованы материалы с сайта
«Решу ЕГЭ»