11. Родионов М. А., Акимова И. В., Баландин И. А. Содержательно-методические особенности использования IT-технологий при изучении геометрии в профильной школе (на примере профильного элективного курса "Геометрия на компьютере") // Школьные технологии. 2019. №1. С. 87-97.

12. Isaac-Benning Enacting core practices of mathematics pedagogy with GeoGebra // Technology integration in mathematics education. January 2021, Vol 23.2, 101-127.

УДК 511.32

Просто о сложном: математика для всех (цифровой образовательный проект для учащихся школ)

А. Н. Басалова (Россия, г. Тула)
Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого
e-mail: joy_of_life@mail.ru
Д. Д. Пронин (Россия, г. Москва)
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
e-mail: DDPronin003@yandex.ru

Simply about the complex: mathematics for everyone (Digital educational project for schoolchildren)

A. N. Basalova (Russia, Tula)
Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University
e-mail: joy_of_life@mail.ru
D. D. Pronin (Russia, Moscow)
Bauman Moscow State Technical University
e-mail: DDPronin003@yandex.ru

Школьный курс математики по причине высокой абстракции тем является одним из самых сложных для восприятия учащихся, его упоминание вызывает у них негативные чувства. Предположительно, это связано с тем, что математические знания в школьном курсе подаются в учебниках и лекциях учителей изолированно, в отрыве от реального мира, несмотря на то что большинство утверждений и теорем математики создавались с целью решения прикладных задач. Присутствующие в учебнике доказательства теорем зачастую даны сложным для восприятия научным языком и не понятны большинству учащихся. Кроме того, часто в учебниках отсутствует историческая справка о сделанных открытиях и ученых, а также о том, как именно была доказана теорема или выдвинута какая-либо гипотеза, что этому предшествовало. Совокупность данных факторов превращает математику в список сложных для запоминания бессмысленных для школьника формул.

Математика и история — две неразрывные области науки. Математика, в отличие от большинства других преподаваемых в школе дисциплин имеет предметом своего изучения не непосредственно вещи, составляющие окружающий нас внешний мир, а количественные отношения и пространственные формы, свойственные этим вещам.

Именно эта особенность математической науки ложится в основу методических трудностей, возникающих у учителей математики. Перед ними встает проблема преодоления возникающего в сознании учеников представления о «сухости», формальном характере, оторванности этой науки от жизни и практики.

Этой же особенностью математической науки в значительной мере объясняется и специфика задач, встающих перед учителем математики, который хочет использовать преподавание своей науки в воспитательных и образовательных целях. Ибо научная дисциплина, занятая изучением не самих вещей, а лишь отношений между ними и потому необходима требующая поднятия на некоторую ступень абстракции, — такая дисциплина, очевидно, лишь в редких случаях способна давать учителю повод к эффективному воздействию на формирование характера и мировоззрения учащихся, на регулирование их поведения [4].

Лучшие педагоги прошлого постоянно подчёркивали недостаточность и педагогическую ошибочность чисто абстрактного изложения математики и настаивали на том, чтобы математика получала зримые черты метода познания окружающего нас мира. В «обращении к читателям» «Истории математики в школе» педагог, математик Герш Исаакович Глейзер писал, что на основе своего личного тридцатилетнего опыта работы в школах он рекомендует на каждые шесть уроков по одной беседе. Условный термин «беседа» следует понимать, как сообщение некоторого факта из истории математики, который может быть преподнесён ученикам в виде рассказа, рассмотрения и объяснения рисунка, краткого замечания, разбора задачи, сопровождаемого исторической справкой.

Вполне объяснимым является и повышенный интерес учащихся к проблеме отрыва школьного математического материала от реальной жизни. Мы все чаще слышим от них вопрос: «А зачем мне вообще это изучать и где это может пригодиться?» Уроки с использованием исторических справок никого не оставляют равнодушным. Задачи, в основу которых положен исторический материал, старинные задачи, сказки, заметки античных авторов, вызывают огромный интерес у обучающихся различного возраста.

Вопрос о целесообразности использования элементов истории математики в процессе обучения не является новым. К нему на протяжении длительного времени обращались В. В. Бобынин, А. Вейль, М. Клайн, Р. Курант, Н. И. Лобачевский, Д. Д. Мордухай-Болтовской, Д. Пойа, А. Пуанкаре и др.

Исторические сведения в обучении математике использовались многими выдающимися педагогами-математиками и преподавателями математики: В. Я. Буняковским, Н. Я. Виленкиным, П. С. Гурьевым, Л. Ф. Магницким, А. Ф. Малининым, К. А. Малыгиным, Т. Ф. Осиповским, Д. М. Перевощиковым, И. И. Чистяковым и мн. др.

Проблема усиления исторического компонента школьного математического образования остается предметом пристального внимания теоретиков и практиков естественнонаучного образования: М. И. Глуховой, Ю. А. Дробышева, И. В. Дробышевой, О.Н. Журавлевой, Т. А. Ивановой, Д. Икрамова, А.Е. Малых, Т.С. Поляковой, И. М. Смирновой, Т. Т. Фискович, О. В. Ш абановой и др. В их работах неоднократно подчеркивается необходимость рассмотрения генезиса математических идей и методов в школьном курсе математики, предлагаются разнообразные варианты решения отдельных аспектов данной проблемы как на уроках, так и во внеклассной работе.

Существует разрыв между потребностью внедрения идей историзации в школьное математическое образование и ее реализацией.

В последнее время также актуален вопрос о формировании функциональной грамотности учащихся, в частности, математической.

Согласно концепции международного исследования PISA–2021, «математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира».

Ведется активная работа по внедрению задач функциональной грамотности в курс школьной математики. Существует постоянная потребность развития и повышения уровня функциональной (математической) грамотности школьников.

Современные технологии дают широкую платформу для создания новых форм и методов обучения математики, позволяющих повысить интерес и мотивацию к изучению предмета, к истории математики, формировать математическую грамотность, а также углубить знания обучающихся по предмету.

В данной статье представлено описание и фрагмент статьи цифрового проекта «Просто о сложном: математика для всех». Цель проекта – популяризация и историзация математических знаний среди учащихся средней и старшей школы.

Проект представляет собой цикл интернет-статей, рассматривающих математические понятия, а также доказательства теорем с помощью приведения конкретных примеров, инфографики, анимированных чертежей, что позволяет снизить уровень абстракции. В данный цифровой текст по модели графического путеводителя предлагается внедрение исторических справок в форме гиперссылок, помогающих «почувствовать» проблему, над которой работал математик, доказавший теорему или открывший закон. Также учащимся предоставляется возможность самостоятельно провести доказательство, что, несомненно «сблизит» учащегося не только с ученым-математиком, но и с самим предметом.

Каждая статья цифрового проекта начинается с постановки математической проблемы, с которой мы сталкиваемся в реальной жизни, а также при изучении математики в школе. Это может быть математическое понятие, объяснение которого, представленное в школьном учебнике, сложно для понимания, или теорема, доказательство которой в полной мере не доступно учащимся школ.

Цифровой проект публикуется в телеграмм-канале, доступен любому обучающемуся, учителю, начинающему исследователю. Статьи просты в прочтении, могут быть использованы учителями для подготовки к проведению кружков, предметных классных часов, учениками в качестве дополнительного источника информации при подготовке к олимпиадам и конкурсам, небольших сообщений на уроке и т.д.

Проект направлен на углубление знаний учащихся по предмету, развитие у обучающихся познавательной деятельности, навыков критического мышления в условиях работы с большим объемом информации, способности преобразования полученных знаний на уроках для последующего применения их в реальных жизненных ситуациях, навыков самостоятельной работы, умения систематизировать информацию, создание для каждого школьника возможности построения индивидуальной траектории изучения математики, развитие творческого мышления, воспитания любви к предмету.

Далее представлен отрывок статьи об истоках понятия производной и ее геометрическом и физическом смысле.

"Рассмотрим классическую школьную задачу:

«Автомобиль проехал 100 км за 2 часа. С какой скоростью он двигался?»

Решение, на первый взгляд. элементарно: $S = vt$, а значит скорость, с которой двигался автомобиль равна 50 км/ч.

Все просто и очевидно. До того момента, пока мы не попытаемся вообразить себя водителем этого автомобиля и представить условие задачи в реальной жизни. Пусть нам необходимо согласно условию преодолеть 100 км ровно за 2 часа. Как это можно осуществить? Конечно, если мы будем двигаться все 2 часа со скоростью 50 км/ч, то не нарушим условия и проедем ровно 100 км, но ведь никто не запрещает нам, скажем, первый час ехать со скоростью 10 км/ч, а во второй разогнаться до 90 км/ч и проехать те же 100 км за эти 2 часа. Более того, существует бесчисленное число способов проехать 100 км пути за 2 часа.

Значит, возможно, что-то не так с формулировкой задачи или с методом нашего решения?

Попробуем немного иначе: «Автомобиль, двигаясь с постоянной скоростью, проехал 100 км за 2 часа. С какой скоростью он двигался?»

Для этой формулировки решение, представленное выше, дает абсолютно точный и строгий ответ на поставленный вопрос, однако вслед за ним возникает другой – гораздо более серьезный и глобальный: а можно ли как-то рассуждать о пути, когда скорость непостоянна?

Давайте разберемся в этом вопросе, действуя последовательно и аккуратно.

Предыстория

Середина XVII века. Европа. Несмотря на бушующую эпидемию чумы, математика и ее приложения, описывающие окружающий мир, бурно развиваются. Французский философ и математик Рене Декарт в «Рассуждении о методе» (1637 год) вводит понятие привычной нам «системы координат», позволяющей описывать геометрические фигуры математическими формулами и, наоборот, графически изображать уравнения и их решения (рис. 1).

Выявляются и изучаются закономерности, которые оставались загадкой для лучших умов человечества на протяжении веков.

Несмотря на такие грандиозные успехи, решение одной классической задачи, сформулированной в древности, еще не найдено.

Как найти скорость по известному закону движения и как по известной скорости определить закон движения?

Ответить на этот вопрос решается знаменитый британский физик – Исаак Ньютон.

Как Ньютон решил первую задачу о скоростях?

Как найти скорость по известному закону движения?

Сначала разберемся с определениями. Закон движения – это некоторое правило, устанавливающее зависимость положения тела (или пройденного пути) от времени.

Пусть, например, тело, давайте это будет автомобиль, движется по закону $S(t) = t$ (будем измерять расстояние в метрах, а время в секундах), где $S(t)$ – расстояние от нас до автомобиля в момент времени t (t в скобках после S напоминает о том, что это расстояние, согласно закону движения, зависит только от времени. Говорят, что расстояние S это функция от времени t).

Берем в руки секундомер, говорим водителю начинать движение и смотрим вслед уезжающей машине. Согласно закону, озвученному выше, через секунду расстояние от нас до машины будет 1 метр ($S(1) = 1$), через 2 секунды – 2 метра ($S(2) = 2$), через 5 секунд – 5 метров ($S(5) = 5$) и так далее (рис. 3). Теперь зададимся еще одним важным вопросом: какой путь проходит машина за произвольные отрезки времени? Например, каково расстояние между местом, в котором была машина на 2-й секунде нашего эксперимента, и местом, в котором она оказалась на 5-й?

Обратимся к нашему закону движения. На 2-й секунде машина была на расстоянии 2 метров от нас, а на 5-й в 5 метрах от нас. Расстояние между второй и пятой точкой на рисунке 3 равно 3-м метрам. Значит, с момента 2-х секунд до момента 5-и секунд с начала отсчета, машина прошла 3 метра. Именно в такой формулировке. Математически это можно записать так: $S(5) - S(2) = 5 - 2 = 3$, так как $S(t) = t$.

Теперь воспользуемся методом координат Декарта и построим график зависимости расстояния от нас до машины (или же пройденного машиной пути) от времени (рис. 4). Повторим на нем рассуждения, представленные выше. На оси S видно, что в момент времени $t = 2$ расстояние от нас до автомобиля равнялось 2-м метрам, а в момент времени $t = 5$, соотвественно 5-и метрам (точки $S(2)$ и $S(5)$ лежат на синей линии графика).

А сейчас, будьте очень внимательны..."

Полную версию статьи о производной, а также статьи по другим темам можно найти в телграмм-канале https://t.me/mathematics_for_everyoneПросто о сложном: математика для всех

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архимед. Сочинения/ Перевод и вступ. статья И. Н. Веселовского, первод арабских текстов - Б. А. Розенфельда. - М.: Физматгиз, 1962. 640 с.

2. Глейзер Г. И. История математики в школе. Пособие для учителей. — Под ред. Н. В. Молодшего / Г. И. Глейзер — М.: Просвещения, 20142. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики: Пер. с франц. – М.: Мир, 1986. 432 с.

3. Макарова О. Н. Методический аспект использования исторического материала в обучении математики / О. Н. Макарова // Начальная школа плюс до и после. — 2014. — № 6., С. 23-26.

4. Хинчин А.Я., «Педагогические статьи» (М.: изд. АПН РСФСР, 1963, с. 128-160).

5. Шакирова Л.Р. Историзация математического образования в школе и вузе / Шакирова Л.Р. // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU - 2016): материалы VI Международной научно-практической конференции (Казань, 25-26 ноября 2016 г.). - С. 297-307.

6. Математические этюды [Электронный ресурс], Режим доступа: http://etudes.ru

---

УДК 514.115

Язык геометрических построений как инструмент для визуализации объектов и методов синтетической геометрии

А. А. Бойков (Россия, г. Москва)
Российский технологический университет (МИРЭА)
e-mail: albophx@mail.ru

The geometry constructions language as a tool for visualizing objects and methods of synthetic geometry

A. A. Boykov (Russia, Moscow)
Russian Technological University (MIREA)
e-mail: albophx@mail.ru

1. Вступление

Геометрические методы решения научных и прикладных задач можно разделить на два основных направления [1] — аналитическое, использующее для представления объектов и связей между ними язык алгебры, и синтетическое, в котором геометрические объекты используются непосредственно или представляются другими геометрическими объектами и их комбинациями. Широкое применение вычислительной техники в конце XX века привело к тому, что аналитическое направление, тесно связанное с числами и формулами, при решении задач стало преобладать не только в промышленности, но и в математическом образовании. Однако синтетической геометрии присущ ряд важных достоинств — наглядность, последовательность, развитие геометрического понимания и интуиции [2]. Сегодня популярность ее растет, в частности, благодаря тому, что системы компьютерной геометрии и графики, созданные на основе аналитических моделей, делают возможным применять синтетические способы решения